

文章编号: 1000-7598 (2013) 04-1179-06

基于断裂力学的岩石切削数值分析探讨

江红祥, 杜长龙, 刘送永, 刘增辉

(中国矿业大学 机电工程学院, 江苏 徐州 221116)

摘 要: 为研究岩石切削过程中刀具的力学特性以及刀具平均峰值作用力的预测, 基于断裂力学和有限元理论建立了岩石切削的数值模型。模拟分析岩石对刀具的反作用过程, 得到不同力学特性岩石和刀具作用条件下刀具所受的反作用力, 结果表明, 冲击速度在一定范围内对刀具平均峰值作用力影响较小; 岩石体积呈阶跃性递减, 刀具作用力大小与崩落岩石碎片体积变化一致。对模拟、实验以及已有理论计算得到的刀具平均峰值作用力进行线性回归分析, 研究结果表明, 数值方法计算结果与实验结果、Goktan^[1]理论计算结果的线性相关系数分别为 0.812、0.930, 相关性较好, 表明所建数值模型用于模拟岩石切削是正确和可靠的。

关 键 词: 岩石切削; 数值方法; 刀具; 作用力; 线性回归分析

中图分类号: TD 42

文献标识码: A

Numerical analysis of rock cutting based on fracture mechanics

JIANG Hong-xiang, DU Chang-long, LIU Song-yong, LIU Zeng-hui

(School of Mechanical and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China)

Abstract: In order to study the mechanical characteristics of the cutter in rock cutting process and the prediction of mean peak force reaction on the cutter, a numerical model of rock cutting is established based on the fracture mechanics and finite element theory. The process of the rock reaction on the cutter is simulated and investigated; and the reaction forces on the cutter are obtained with different rock mechanical characteristics and impacting conditions of the cutter. The results show that the impacting velocity within a certain range has less effect on the peck cutting force, the variation of reaction force is unanimous to rock volume changes with stepwise decreasing. The relationship of mean peak force reaction on the cutter obtained from simulations, experiments and theoretical models is investigated with the linear regression analysis. The results show good correlations that the linear correlation coefficients between numerical results and the results of experiments and Goktan's theory are 0.812, 0.930 respectively; and it is indicated that this numerical model is proper and feasible to simulate the rock cutting process.

Key words: rock cutting; numerical method; cutter; acting force; linear regression analysis

1 引 言

岩石切削破碎过程中对刀具的力学作用直接影响刀具的使用寿命和稳定性, 准确地预测刀具平均峰值作用力, 对刀具的选择和设计以及岩石破碎机构的设计具有重要意义。国内外学者已对岩石切削过程中刀具的力学行为进行了大量研究, Ranman^[2]对岩石切削过程中刀具的作用力进行了分析, 指出刀具峰值作用力是平均作用力的 3 倍。Copur 等^[3]对多种岩石试样进行切削实验, 并对刀具作用力和

岩石脆性系数之间的关系进行了分析。Bilgin 等^[4]对 22 种不同的岩石试样进行切削实验, 给出了刀具作用力与岩石抗压强度、抗拉强度以及动静态弹性模量之间的关系。刘送永等^[5-6]通过实验研究了刀具合金头锥角、直径以及煤岩抗压强度等对刀具力学行为的影响。虽然实验方法是获得岩石切削过程中刀具作用力和振动特性最为可靠、有效的方法, 但其存在成本高、耗时等缺点。Evans^[7]、Roxborough 等^[8]以及 Goktan 等^[1]根据最大拉应力理论, 建立了岩石切削过程中刀具作用力模型, 认为岩石切削破

收稿日期: 2012-09-19

基金项目: 国家 863 计划项目资助 (No. 2012AA062104); 江苏省博士后基金资助 (No. 1101106C); 江苏省普通高校研究生科研创新计划项目资助 (No. CXLX12_0948); 江苏高校优势学科建设工程资助项目 (No. SZBF2011-6-B35)。

第一作者简介: 江红祥, 男, 1987 年生, 博士研究生, 主要从事煤岩截割理论方面的研究。E-mail:jiang_hx4041@163.com

通讯作者: 刘送永, 男, 1981 年生, 博士, 副教授, 主要从事煤岩截割理论与矿山机械工程方面的研究。E-mail:liusongyong@cumt.edu.cn

碎是刀具切入岩石时的拉应力造成的,模型主要与岩石的力学性质和刀具作用参数有关,被广泛应用于欧美国家的岩石破碎机构设计。Nishimatsu^[9]根据摩尔-库仑准则,建立了岩石切削过程中刀具作用力模型,并指出岩石断裂面遵守摩尔-库仑准则,该模型考虑了岩石力学性质、刀具作用参数以及切削过程中岩体的应力分布系数等对刀具作用力的影响,但利用刀具作用力理论模型,研究刀具、破碎机械(采煤机螺旋滚筒和掘进机截割头等)的振动特性存在一定的局限性。国内外学者利用数值方法研究岩石切削过程中刀具的力学行为较少,为了研究数值方法用于计算岩石切削过程中刀具峰值作用力的可行性和可靠性,本文基于断裂力学和有限元理论建立了岩石切削数值模型,对不同岩石力学特性和刀具作用条件下岩石切削过程进行了数值模拟,将数值方法与实验和理论方法获得的刀具平均峰值作用力进行对比分析,并利用线性回归方法研究它们之间的关系。

2 岩石本构模型

岩石切削数值模型中岩石的宏观力学特性采用脆性开裂本构模型近似,主要用于模拟拉伸和剪切作用为主导的脆性和准脆性材料失效、断裂行为,如混凝土分解、岩石破碎等^[10]。模型采用连续介质法建立描述脆性、准脆性材料的力学行为,而不采用宏观离散裂纹的方法描述,裂纹水平在每一个积分点上单独计算。用最大拉应力准则检测裂纹的萌生,即认为当最大拉伸主应力达到岩石的抗拉强度极限时裂纹形成。图 1(a)为材料基于 I 型断裂的裂纹模型的示意图,图 1(b)为材料拉伸应力随裂纹开裂尺寸的变化曲线。虽然脆性开裂本构模型的裂纹形成是基于材料的 I 型断裂,但采用剪力保留模型预测材料的 II 型剪切行为^[11]。

以裂纹 n 向为例说明脆性破裂模型的方程,裂纹拉伸应力 σ_n^I 可表示为

$$\sigma_n^I = f(u_n^{\text{ck}}) \quad (1)$$

$$u_n^{\text{ck}} = e_{nn}^{\text{ck}} h \quad (2)$$

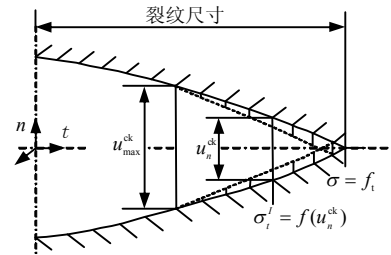
开裂后材料剪切模量 G_c 可表示为

$$G_c = \rho(e_{nn}^{\text{ck}}) G \quad (3)$$

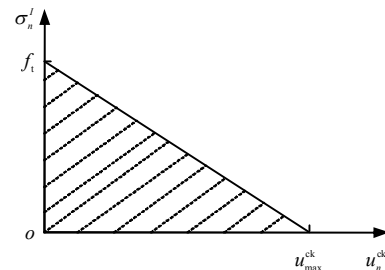
$$\rho(e_{nn}^{\text{ck}}) = \left(1 - \frac{e_{nn}^{\text{ck}}}{e_{nn}^{\text{ck}_{\max}}} \right)^p \quad (4)$$

式中: $f(u_n^{\text{ck}})$ 为拉伸软化演变函数; u_n^{ck} 为裂纹的

开裂位移; e_{nn}^{ck} 为裂纹开裂应变; h 为单元几何相关的特征长度; $u_{\max}^{\text{ck}}$ 、 $e_{\max}^{\text{ck}}$ 分别为裂纹的最大开裂位移和应变; $\rho(e_{nn}^{\text{ck}})$ 为剪力保留函数; G_c 为与裂纹开裂应变相关的剪切模量; G 为材料的剪切模量; p 与剪力保留函数相关的参数,根据不同脆性材料的力学特性其值可以取自然数,本文的岩石可以取 $p = 2$ 。



(a) 裂纹模型



(b) 应力-位移曲线

图 1 脆性开裂模型

Fig.1 Brittle cracking model

为真实地再现岩石切削破碎过程,定义岩石材料的失效准则(以 n 向说明):

$$u_n^{\text{ck}} \geq u_l^{\text{ck}} \quad \text{或} \quad e_{nn}^{\text{ck}} \geq e_l^{\text{ck}} \quad (5)$$

式中: e_l^{ck} 、 u_l^{ck} 分别为裂纹失效应变和位移,是与岩石断裂能以及单元特征长度相关的量,可根据文献^[10]中的方法计算,本文取 $u_l^{\text{ck}} = 0.005 \text{ mm}$ 。

当积分点上裂纹的开裂应变(或位移)满足式(5)时,该积分点失效,积分点的所有应力分量为 0。当单元所有的积分点都失效时,即认为单元失效,并从岩体中删除以达到岩石破碎的效果。

3 岩石切削数值模型的建立

数值模型主要包括几何模型建立、单元和材料定义、网格划分以及边界载荷施加等。根据表 1 中岩石切削模型参数,建立刀具和岩石三维几何模型,施加其边界约束条件,如图 2 所示。由于岩石的弹性模量比刀具的弹性模量小很多,数值模型中将刀具作为刚体考虑,以提高计算机运算效率,节

约计算成本。用脆性开裂本构模型近似岩石的宏观力学特性,根据表2的岩石力学性质参数进行岩石材料定义,并采用8节点的六面体单元对岩石进行网格划分,单元边长2 mm。岩石与刀具之间的接

触为动态的节点-面接触,即模型每完成一个时间增量都重新定义岩石与刀具之间的接触,以实现切削过程中岩石与刀具的动态接触。

表1 岩石切削模型参数

Table 1 The parameters of rock cutting model

刀具冲击角 α / (°)	切削厚度 h / mm	刀具合金头锥角 θ / (°)	刀具合金头直径 d / mm	岩石长高宽 (l_x, l_y, l_z) / mm	冲击速度 v_x / (m/s)	岩石-刀具 摩擦系数 f
57	3、6、9	80	22	50、50、100	1.0	0.3

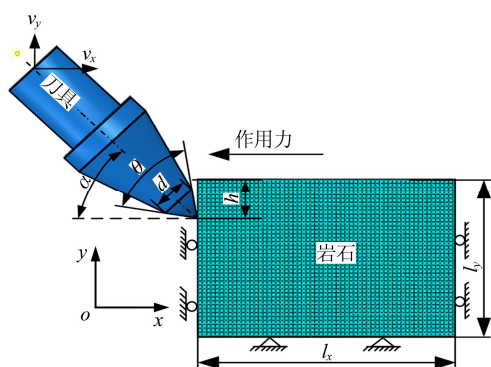


图2 岩石切削数值模型

Fig.2 Numerical model of rock cutting

表2 岩石力学性质参数

Table 2 The mechanical characteristics of rocks

岩石 性质	抗压强度 / MPa	抗拉强度 / MPa	剪切强度 / MPa	弹性模量 / GPa	泊松比	密度 / (kg/m ³)
砂岩1	113.6	6.6	13.7	17.0	0.20	2 650
砂岩2	173.7	11.6	22.4	28.0	0.29	2 670
砂岩3	87.4	8.3	14.0	33.3	0.25	2 670
石灰岩	121.0	7.8	15.4	57.0	0.20	2 720

4 岩石切削数值分析

4.1 岩石切削过程模拟分析

首先,数值模拟不同冲击速度下进行岩石切削过程,确定合适的冲击速度,以提高岩石切削模拟实验的效率和数值模型的稳定性。由图3可见,一定范围内冲击速度对刀具平均峰值作用力影响不大,符合Pomeroy等^[12]通过实验指出冲击速度对刀具作用力影响较弱的结论,但当冲击速度为2 m/s时,数值模型求解过程中网格发生畸变导致计算终止,故刀具的冲击速度不宜大于2 m/s。切削厚度为3 mm以及切削对象为砂岩1时记录得到的刀具作用力随时间变化的曲线如图4所示。取一定数量的动态峰值作用力进行求和平均,即可计算出刀具平均峰值作用力。数值与实验方法测得的刀具作用力

变化曲线不同,但其峰值变化规律与实验测得的结果相符^[13-14]。由于数值模型定义了岩石单元失效、删除功能,当单元积分点位移达到失效位移时,该单元将从岩石中崩落删除,删除的单元不会阻碍刀具的运动,因此刀具作用力将在一个短暂的时间内保持为0直到再次与岩体接触。为考察岩石碎片崩落情况,数值模型每完成一个时间步长后计算岩体的体积。图4中岩体的体积呈阶跃性递减,说明岩石切削破碎数值模拟可以再现切削过程中岩石碎片的崩落,它是以脆性失效为主导的行为。

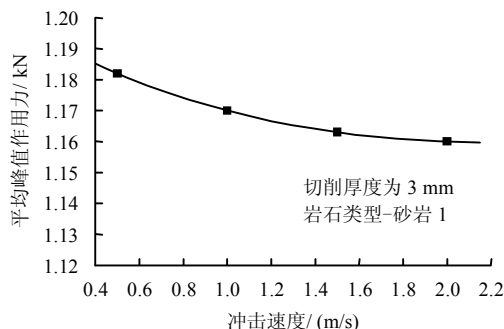


图3 冲击速度对刀具平均峰值作用力的影响

Fig.3 The effect of impacting velocity on mean peak acting force

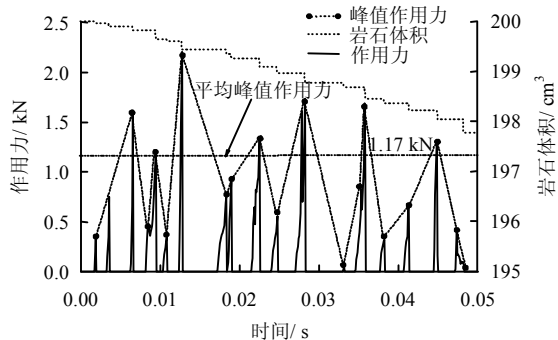


图4 刀具作用力和岩石体积变化

Fig.4 The variation of acting force and rock volume

岩石切削破碎模拟完成后形成的破碎坑槽和岩

体应力状态如图 5 所示，破碎坑槽比切削厚度大与实验和理论结果一致^[6]。岩体的应力状态主要以拉应力为主导，距离自由面较近时破碎形成的坑槽较宽，崩落的岩石碎片体积也较大。

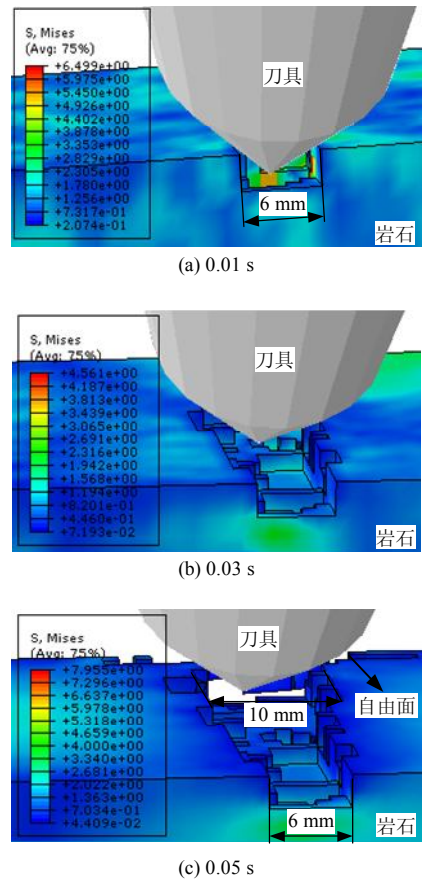


图 5 岩石切削过程 (单位: MPa)
Fig.5 The process of rock cutting (unit: MPa)

表 3 不同方法获得的刀具平均峰值作用力

Table 3 Mean peak acting forces with different method

冲击对象	冲击厚度 / mm	作用力(数值方法)		作用力(理论方法)			作用力(实验方法)
		F_c^{NM} / kN	F_c^{Evans} [6] / kN	F_c^{Rothb} [7] / kN	F_c^{Goktan} [8] / kN	F_c^{Lab} [3,15] / kN	
砂岩 1	3	1.17	0.30	0.46	0.63	9.1	
	6	2.25	1.18	1.83	2.53	18.2	
	9	4.93	2.66	4.12	5.69	28.1	
砂岩 2	3	1.22	0.60	0.87	1.11	9.2	
	6	3.11	2.39	3.50	4.44	23.3	
	9	7.50	5.37	7.87	10.00	48.7	
砂岩 3	3	1.05	0.61	0.75	0.79	4.5	
	6	3.52	2.43	3.00	3.18	9.1	
	9	6.49	5.47	6.75	7.15	15.9	
石灰岩	3	1.25	0.39	0.58	0.75	11.8	
	6	4.34	1.55	2.30	2.99	21.5	
	9	8.43	3.49	5.48	6.72	29.4	

的刀具平均峰值作用力为自变量，实验和理论方法得到的平均峰值作用力为因变量，回归分析结果见表 4，线性回归分析的显著性都小于 0.05，即利用

4.2 刀具平均峰值作用力回归分析

通过实验方法得到的岩石切削过程中刀具平均峰值作用力可以在文献[4, 15]中查阅，岩石切削数值模拟参数和其实验参数一致。根据表 1 中岩石切削模型参数和表 2 中岩石力学性质参数，利用实验、文献[1, 7—8]中的刀具作用力模型及数值方法得到岩石切削过程中刀具平均峰值作用力见表 3，文献[1, 7—8]中刀具作用力模型分别为

$$F = \frac{16\pi f_t^2 h^2}{[\sigma_c \cos^2(\theta/2)]} \quad (6)$$

$$F = \frac{16\pi \sigma_c h^2 f_t^2}{[2\sigma_t + (\sigma_c \cos(\theta/2))(1 + \tan \psi) / \tan(\psi/2)]^2} \quad (7)$$

$$F = \frac{4\pi h^2 f_t^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2} + \psi\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2} + \psi\right)} \quad (8)$$

式中： F 为刀具平均峰值作用力 (N)； h 为岩石切削厚度 (mm)； θ 为刀具合金头锥角 ($^\circ$)； σ_c 为岩石的抗压强度 (MPa)； f_t 为岩石的抗拉强度 (MPa)； ψ 为刀具与岩石之间的摩擦角 ($^\circ$)。

利用线性回归方法，分析数值方法与实验方法、理论模型得到的刀具平均峰值作用力之间的关系，线性回归的置信水平为 0.95，取数值方法得到

不同方法获得的平均峰值作用力之间的回归关系是正确、可靠的。根据图 6 可以发现，数值和实验方法得到平均峰值作用力之间线性相关系数为 0.812。

数值方法和文献[7-8]及 Goktan^[1]理论方法获得的平均峰值作用力同样具有很好的相关性,如图7~9所示,它们之间的线性相关系数分别为 0.890, 0.928, 0.930。根据回归分析得到的关系式(9),可以用于岩石切削过程中刀具平均峰值作用力的预测,也可以利用岩石切削数值模型进一步研究复杂岩石破碎机构的振动特性及破碎性能。

$$\left. \begin{aligned} F_c^{\text{Lab.}} &= 3.649\ 6F_c^{\text{NM}} + 5.301\ 5 \\ F_c^{\text{Evans}} &= 0.619\ 5F_c^{\text{NM}} - 0.133\ 0 \\ F_c^{\text{Roxb. \& Liu}} &= 0.892\ 7F_c^{\text{NM}} - 0.241\ 2 \\ F_c^{\text{Goktan}} &= 1.066\ 4F_c^{\text{NM}} - 0.207\ 2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

表4 不同方法获得平均峰值作用力的线性回归分析结果
Table 4 The linear regression analysis results of the mean peak acting forces obtained from different method

数值方法	项目	平方和	自由度	均方	F 统计量	显著性
实验	模型	992.55	1	992.55	14.82	0.003 2
	误差	669.60	10	66.96		
	总计	1662.13	11			
Evans	模型	28.60	1	28.60	37.93	0.000 1
	误差	7.54	10	0.75		
	总计	36.14	11			
Roxborough & Liu	模型	59.38	1	59.38	61.69	0.000 0
	误差	9.63	10	0.96		
	总计	69.01	11			
Goktan	模型	84.75	1	84.75	63.80	0.000 0
	误差	13.28	10	1.33		
	总计	98.03	11			

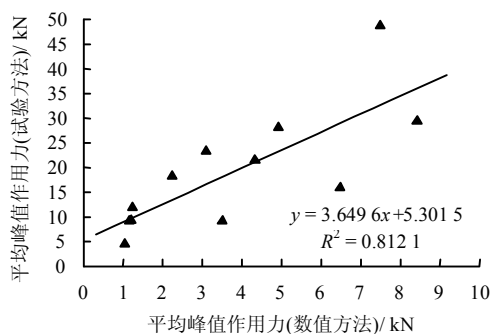


图6 实验和数值模型结果之间的关系
Fig.6 The relationship between experimental and numerical modeling study

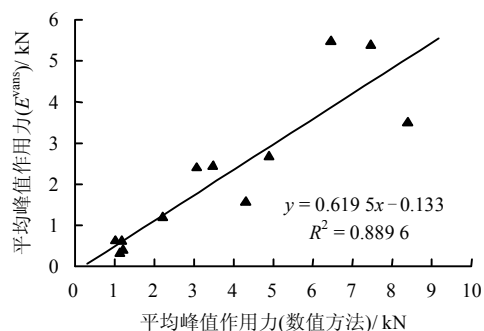


图7 Evans 理论^[7]和数值模型结果之间的关系
Fig.7 The relationship between Evans' theory and numerical modeling study

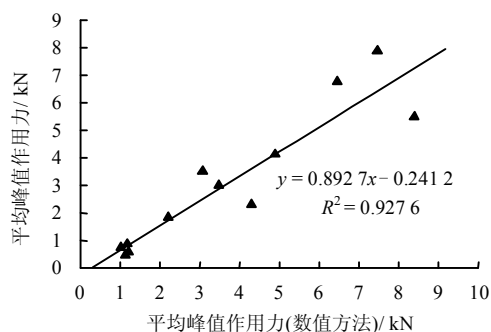


图8 Roxb 等理论^[8]和数值模型结果之间的关系
Fig.8 The relationship between Roxb. & Liu's theory and numerical modeling study

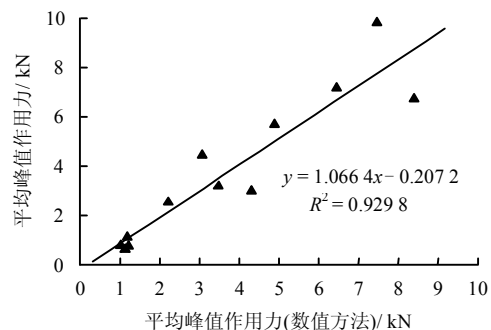


图9 Goktan 理论^[1]和数值模型结果之间的关系
Fig.9 The relationship between Goktan's theory and numerical modeling study

4.3 讨论

岩石是一种非均匀、各向异性介质,其还存在节理、层理以及硬裹体等结构特征,且实验过程中使用的刀具或多或少存在一定的钝性。但是,岩石切削数值模型中岩石采用的是各向同性、均匀介质,而且刀具合金头也是理想的圆锥,且不存在钝性。这些因素是导致数值和实验方法获得的刀具平均峰值作用力在数值大小上存在差异的原因。Evans 的刀具作用力模型主要与岩石抗压、抗拉强度以及切削厚度等参数相关,并未考虑岩石-刀具之间的摩擦作用。Roxborough 等和 Goktan 在 Evans 模型的基础上考虑了岩石-刀具之间的摩擦对刀具作用力的影响,岩石切削数值模型也考虑了岩石-刀具间的摩擦作用,这导致了数值模拟结果与 Roxborough 等和 Goktan 模型计算结果的相近,而与 Evans 模型计算结果偏差较大。

5 结语

对不同冲击速度情况下岩石切削过程进行模拟

表明,冲击速度在一定范围内对刀具平均峰值作用力影响较小。岩石体积呈阶跃性递减,刀具作用力大小与崩落岩石碎片体积变化一致,作用力峰值变化规律与实验结果符合较好。

在不同力学特性岩石和切削厚度条件下进行岩石切削模拟实验,将数值方法与实验、理论方法获得的刀具平均峰值作用力进行线性回归分析结果表明,它们之间具有很好的线性关系,证实回归公式预测平均峰值作用力以及所建数值模型的正确性。

参 考 文 献

- [1] GOKTAN R M. A suggested improvement on Evans's cutting theory for conical bits[C]//Proceedings of Fourth Symposium on Mine Mechanization Automation. Brisbane, Queensland: [s. n.], 1997: 57—61.
- [2] RANMAN K E. A model describing rock cutting with conical picks[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 1985, 18(2): 131—140.
- [3] COPUR H, BILGIN N, TUNCDEMIR H, BALCI C. A set of indices based on indentation tests for assessment of rock cutting performance and rock properties[J]. **The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy**, 2003, 103(9): 589—599.
- [4] BILIGIN N, DEMIRCIN M A, COPUR H, et al. Dominant rock properties affecting the performance of conical picks and the comparison of some experimental and theoretical results[J]. **International Journal of Mining Engineering**, 2006, 43(1): 139—156.
- [5] 刘送永, 杜长龙, 崔新霞, 等. 不同齿身锥度和合金头直径截齿的截割实验[J]. **煤炭学报**, 2009, 34(9): 1276—1280.
LIU Song-yong, DU Chang-long, CUI Xin-xia, et al. Cutting experiment of the picks with different conicity and carbide tip diameters[J]. **Journal of China Coal Society**, 2009, 34(9): 1276—1280.
- [6] LIU Song-yong, DU Chang-long, CUI Xin-xia. Research on the cutting force of a pick[J]. **Mining Science and Technology**, 2009, 19(4): 514—517.
- [7] EVANS I. A theory of the picks cutting force for point-attack[J]. **International Journal of Mining Engineering**, 1984, 2(1): 63—71.
- [8] ROXBOROUGH F F, LIU Z C. Theoretical considerations on pick shape in rock and coal cutting[C]//Proceedings of Sixth Underground Operator's Conference. Australia: [s. n.], 1995: 189—193.
- [9] NISHIMATSU Y. The mechanics of rock cutting[J]. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, 1972, 9(2): 261—270.
- [10] HILLERBORG A, MODEER M, PETERSSON P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements[J]. **Cement and Concrete Research**, 1976, 6(6): 773—782.
- [11] Simulia Company. A cracking model for concrete and other brittle materials of the Abaqus theory manual[R]. Rhode Island, Simulia: [s. n.], 2011.
- [12] POMEROY M J, BURNEY A C. A laboratory study of the effect of cutting speed on the performance of two coal cutter picks[J]. **Colliery Engng.**, 1963, 40: 51—54, 111—114.
- [13] 刘春生. 采煤机截齿截割阻力曲线分形特征研究[J]. **煤炭学报**, 2004, 29(1): 116—118.
LIU Chun-sheng. Fractal characteristic study of shearer cutter cutting resistance curves[J]. **Journal of China Coal Society**, 2004, 29(1): 116—118.
- [14] 刘春生, 李德根. 基于单齿截割试验条件的截割阻力数学模型[J]. **煤炭学报**, 2011, 36(9): 1565—1569.
LIU Chun-sheng, LI De-gen. Mathematical model of cutting force based on experimental conditions of single pick cutting[J]. **Journal of China Coal Society**, 2011, 36(9): 1565—1569.
- [15] KEL K, AKCIN N A, TUNCDEMIR H, et al. Cuttability characteristics of high strength rocks for roadheader selection in Zonguldak Coalfield[C]//Proceedings of the 10th International Symposium on Mine Planning & Equipment Selection. New Delhi: [s. n.], 2001: 789—795.